

Génération d'exercices de mathématiques guidée par une intention didactique, exploitation d'un modèle de description didactique

Sébastien Jolivet¹, Cyrille Desmoulins¹, Hamid Chaachoua¹

¹ Université Grenoble Alpes, Laboratoire d'Informatique de Grenoble, équipe MeTAH, 700 avenue centrale, 38400 Saint Martin d'Hères, France

Sebastien.jolivet@univ-grenoble-alpes.fr / cyrille.desmoulins@imag.fr / hamid.chaachoua@imag.fr

1 Introduction

Dans cette contribution au groupe de travail « Adaptation et génération dans les EIAH » nous présentons l'adaptation d'un modèle de description didactique de ressources (M2DR) à la génération d'exercices de mathématiques. Ce modèle a été initialement conçu pour la description de ressources existantes. Nous envisageons maintenant son utilisation dans un objectif contraire, c'est-à-dire définir un processus de génération de ressources de type exercices de mathématiques basé sur une intention didactique. Une telle intention étant définie par un savoir visé et des modalités de travail de ce savoir, exprimées en termes d'étayages. Nous commençons par présenter la modélisation du savoir par un modèle praxéologique de référence (MPR) centrale au modèle M2DR que nous présentons ensuite. Nous envisageons alors un processus, pouvant être plus ou moins automatisé, de génération d'exercice guidée par des intentions didactiques. Nous concluons par les questions scientifiques soulevées par cette perspective de travail. Ces travaux s'appuient sur des productions de l'équipe MeTAH du LIG et en particulier la thèse de Jolivet (2018).

2 Modélisation du savoir avec un MPR

La modélisation du savoir exploitée dans notre travail s'inscrit dans le cadre théorique de la théorie anthropologique du didactique (TAD). Toute activité humaine y est modélisée à l'aide de praxéologies (Chevallard, 1999) qui sont décrites par un quadruplet [type de tâches ; technique ; technologie ; théorie]. L'équipe MeTAH a développé une extension de ce modèle, nommée T4TEL (Chaachoua, 2018). Nous utilisons en particulier dans ce modèle la notion de générateur de types de tâches qui permet d'obtenir une représentation structurée des différentes praxéologies relatives à un domaine d'apprentissage. Cette représentation permet de décrire les relations entre des types de tâches, mais aussi entre les techniques permettant de réaliser ces types de tâche et les différentes technologies et théories les justifiant. L'ensemble de ces relations enrichit et structure un *modèle praxéologique de référence* (MPR). La

construction et une représentation informatique d'un tel modèle sont proposées dans Jolivet (2018). Le MPR est un élément central dans la définition du modèle M2DR.

3 Modèle d'exercice, M2DR

Nous considérons qu'un exercice est défini par un énoncé qui est constitué d'un ensemble de tâches et éventuellement d'éléments complémentaires (un titre, des illustrations...). Afin de décrire un exercice, Jolivet (2018) décrit tout d'abord une tâche, qui est ce que l'apprenant a effectivement à réaliser, par trois éléments : l'action à réaliser, le complément définitoire et le complément facultatif.

L'*action à réaliser* décrit la nature de la tâche (par exemple calculer, factoriser, tracer...). Le *complément définitoire* est ce sur quoi porte l'action à réaliser. Il est indispensable à l'existence et la définition de la tâche. Enfin, le *complément facultatif* est le reste de l'énoncé associé à cette tâche. Il peut être absent et peut, quand il existe, avoir différentes fonctions (indiquer une technique, ajouter une contrainte, donner un indice...). Il n'est pas nécessaire à l'existence de la tâche. Par exemple pour la tâche « construire un triangle ABC rectangle en B tel que $AC = 10$ cm et $AB = 6$ cm sans utiliser d'équerre », l'action à réaliser est « construire », le complément définitoire est « un triangle ABC rectangle en B tel que $AC = 10$ cm et $AB = 6$ cm », le complément facultatif est « sans utiliser d'équerre ».

A partir de cette description des tâches, nous caractérisons un exercice par trois dimensions. La *dimension tâches et structure* de l'exercice est constituée d'un ensemble structuré de tâches, sans compléments facultatifs. La *dimension objets ostensifs* est l'ensemble des compléments facultatifs des différentes tâches, ainsi que d'autres objets ostensifs (titre de l'exercice, illustration...). Enfin la *dimension relation entre les tâches* caractérise les relations existantes entre les tâches. Elles sont issues de la structuration du savoir décrite dans le MPR, et/ou de liens définis au sein même de l'exercice. Ces trois dimensions permettent de décrire un exercice selon un modèle nommé M2DR (modèle de description didactique de ressources).

Illustrons la troisième dimension du modèle sur deux exemples. Les tâches « développer $3(x + 5)$ » et « développer $-2(4x - 7)$ » sont toutes les deux des tâches du type de tâches « développer une expression de la forme $k(a + b)$ ». La première tâche est une *spécialisation* de la seconde car ses coefficients sont dans \mathbb{N} alors qu'ils sont dans \mathbb{Z} pour la seconde. Cette relation de spécialisation peut être calculée à partir de la structuration des objets du domaine dans le MPR. D'un autre côté, la tâche « développer $(2x + 1)(2x - 1)$ » est utile à la tâche « développer $(2x + 1)(2x - 1)(4x - 2)$ » au sein même de l'exercice dans la mesure où la réalisation de la deuxième tâche peut demander la réalisation de la première. Dans (Jolivet, 2018) nous avons identifié sept relations dont la présence ou l'absence dans un exercice le caractérise didactiquement. En complément des relations « spécialisation » / « généralisation » évoquées précédemment on peut citer les relations « être une variation de » et « être utile à ». Par exemple « développer le produit d'un monôme et d'un polynôme » et « développer le produit de deux polynômes non monômes » sont des variations du type de tâches « développer un produit de deux polynômes ». Le travail de ce dernier type de tâches pourra nécessiter celui des deux précédents. La tâche

t_1 « écrire sous la forme d'un carré l'expression nx^2 , où n est un nombre entier » est une tâche utile à la tâche t_2 « factorise $5x^2 - 16$ » car t_1 intervient dans au moins une technique permettant de réaliser t_2 .

4 Du modèle M2DR à la génération

A l'occasion de l'atelier, nous proposons de discuter l'exploitation du modèle M2DR pour la génération d'exercices guidée par une intention didactique. Cette exploitation pourrait se définir en quatre étapes. La première étape est de définir l'intention didactique à laquelle les exercices créés doivent répondre. Nous proposons de définir cette intention par trois éléments : les savoir-faire à travailler (par le choix d'un type de tâches ou d'une technique), la présence ou non d'étayages dans l'exercice et enfin si le savoir à travailler doit l'être par le moyen d'une unique tâche ou s'il s'agit de répéter plusieurs tâches permettant de travailler ce savoir.

La deuxième étape est de générer une première série de tâches qui correspondent au savoir à travailler. Cette génération doit pouvoir être, totalement ou largement, automatisée. La troisième étape concerne une première intégration des étayages dans l'exercice. Pour cela deux approches, non antagonistes, sont possibles. Il est tout d'abord possible d'ajouter des compléments facultatifs aux tâches précédemment créées pour indiquer à l'apprenant la technique à utiliser (par exemple « en utilisant le théorème de Pythagore »), attirer son attention sur un élément déterminant (par exemple « en faisant attention aux signes »), etc. Par ailleurs, la structuration du savoir dans le MPR permet de déterminer, pour un type de tâches donné, les différents types de tâches liés (spécialisation, généralisation, connexe...). Il est alors possible d'ajouter des tâches supplémentaires pour étayer le travail.

La quatrième étape est d'organiser les différentes tâches, de manière structurée et articulée, pour produire un exercice. La structuration et les éléments explicitant l'articulation (par exemple « en utilisant la question 2.a ») peuvent aussi être considérés comme des étayages. Ce processus est synthétisé dans la figure 1, nous l'illustrons maintenant par un exemple.

1^{ère} étape : on souhaite produire un exercice permettant de travailler le type de tâches « factoriser avec une identité remarquable » (voir par exemple le MPR contenant un tel type de tâches proposé dans (Jolivet, 2018)). Le MPR informe qu'il y a trois types d'identités remarquables et que la tâche est notamment caractérisée par la nature des coefficients dans l'expression à factoriser et dans celle factorisée. On peut alors préciser le savoir à travailler en « factoriser avec une identité remarquable du type $a^2 - b^2$ avec des coefficients dans Z pour l'expression à factoriser et factorisée ».

2^{ème} étape : on peut générer une tâche comme « factorise $16x^2 - 4$ » mais on bloque une tâche comme « factorise $16x^2 - 2$ » car non conforme avec la contrainte sur la nature des coefficients.

3^{ème} étape : il est possible d'étayer la tâche, notamment en fonction de l'intention didactique, par exemple à l'aide d'une tâche supplémentaire « écris $16x^2$ sous la forme d'un carré » ou encore en indiquant « factorise, en utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ », etc.

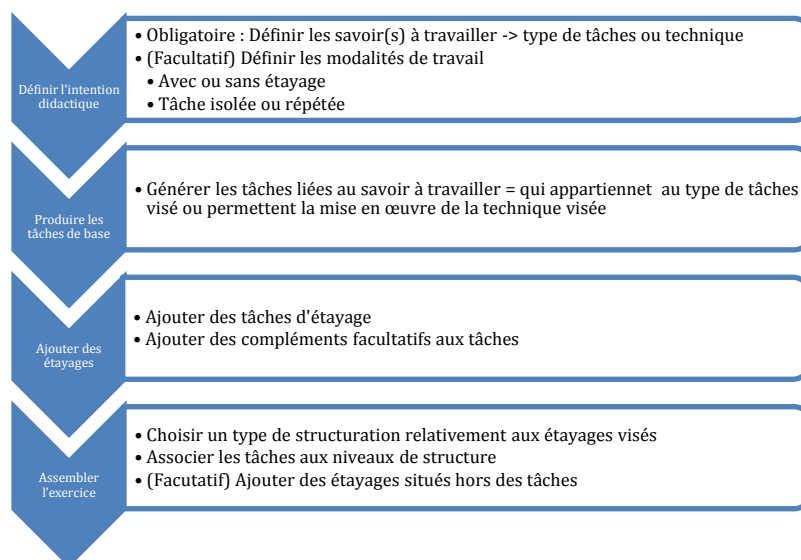


Figure 1 : processus de génération d'un exercice

5 Questions scientifiques

Les éléments proposés dans la section précédente font apparaître des questions scientifiques tant du côté didactique que du côté informatique. Nous listons ici celles à mettre à la discussion durant l'atelier :

- Les catégorisations et caractérisations relatives aux étayages, issus de la littérature, ne sont pas adaptées à des exercices de mathématique.
- A l'intersection de la didactique et de l'informatique : étudier quels étayages peuvent être décrits dans le cadre du modèle T4TEL, leur possible représentation informatique et l'automatisation ou non de leur génération.
- Du point de vue informatique il s'agit de déterminer quelle part du processus peut être automatisée : génération de tâches à partir d'un type de tâches – générations de tâches liées – intégration d'étayages ou aide à l'intégration d'étayages par un utilisateur

Références

- Chaachoua, H. (2018). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. In J. Pilet & C. Vendaïra (Éd.), *Actes du séminaire national de l'ARDM*. Paris.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Jolivet, S. (2018). *Modèle de description didactique de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH* (Thèse de doctorat). Communauté Université Grenoble Alpes, Grenoble.